

Estudo estatístico da vazão do Rio São Miguel, em Arcos – MG

Statistical study of São Miguel River flow, at Arcos – MG

Marina Soares Rossi¹, Michael Silveira Thebaldi¹

¹Centro Universitário de Formiga, Minas Gerais, Brasil

Resumo

Introdução: O estudo do comportamento da vazão de um curso d'água é de suma importância para se prever épocas de secas e cheias, implementar planos de gestão dos recursos hídricos, incluindo a outorga, além de dar subsídios ao dimensionamento de obras hidráulicas. **Objetivo:** Executar um estudo estatístico de vazão mínima diária anual e vazão máxima diária anual do Rio São Miguel, em Arcos - MG. **Metodologia:** A série histórica de vazão foi obtida no banco de dados Hidroweb, gerenciado pela Agência Nacional de Águas. Foram ajustadas as Funções Cumulativas de Probabilidade modelos log-Normal 2 parâmetros, log-Normal 3 parâmetros, Gumbel para Máximos, Gama, Frechét para vazão máxima diária anual e log-Normal 2 parâmetros, log-Normal 3 parâmetros, Gumbel para mínimos, Weibull e Gama para vazão mínima diária anual, sendo a aderência destes modelos às séries históricas testadas com o uso dos testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado. **Resultados:** De acordo com os resultados de vazão mínima diária anual registradas o menor valor de vazão foi de 0,0177 m³ s⁻¹, enquanto o maior valor de vazão máxima diária anual foi de 83,5514 m³ s⁻¹. **Conclusão:** O modelo Log-Normal 3 parâmetros foi o que melhor se ajustou à série de vazão mínima diária anual e vazão máxima diária anual.

Palavras-chave: Gestão de recursos hídricos. Planejamento agrícola. Distribuições de Probabilidade Estatísticas

Autor correspondente:
Michael Silveira Thebaldi
e-mail: msthebaldi@uniformg.edu.br

Recebido em: 13/07/2016
Revisado em: 26/09/2016
Aceito em: 29/09/2016
Publicado em: 07/12/2016

Abstract

Introduction: The study of flow behavior of water body is very important to predict drought and flood seasons, implement water management plans, including its grants, besides, gives subsidies to hydraulic structures design. **Objective:** To perform a statistical study of annual minimum daily flow rate and annual maximum daily flow rate of São Miguel River, at Arcos - MG. **Methodology:** The historical series of flow rates were obtained by Hidroweb database, managed by the Agência Nacional de Águas. Were adjusted the Cumulative Probability Functions Log-Normal models 2 parameters, log-Normal 3 parameters, Gumbel for Maximum, Gamma and Fréchet for annual maximum daily flow and Log-Normal 2 parameters, log-Normal 3 parameters, Gumbel to minimum, Weibull and Gamma for annual minimum daily flow, being the adhesion of these models to the historical series tested with the use of the Kolmogorov-Smirnov and Chi-Squared tests. **Results:** According to the results of annual minimum daily flow recorded, the lowest flow rate was $0.0177 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, while the highest value of annual maximum daily flow rate was $83.5514 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$. **Conclusion:** By the Kolmogorov-Smirnov and Chi-squared fit testes, Log-Normal model with 3 parameters had the best fit for annual minimum daily flow rate and annual maximum daily flow rate series.

Keywords: Water resources management Agricultural Planning Statistical distributions

Introdução

A bacia do Rio São Miguel, com uma área de 505 km^2 , está localizada no extremo meridional da bacia do rio São Francisco, no Estado de Minas Gerais, em região com predominância de rochas carbonáticas, onde há um carste com feições como: cavernas, dolinas, sumidouros, surgências, torres, entre outros¹.

O Rio São Miguel é considerado um afluente do rio São Francisco pertencente à Unidade de Planejamento e Gestão de Recursos Hídricos (UPGRH) SF1, denominado Alto São Francisco, possui uma área de 14203 km^2 , o que corresponde à 2,41% da área total território de mineiro. Localizada nas regiões central e oeste de Minas Gerais, a bacia abrange 29 municípios, representando 2% da área da bacia do Rio São Francisco².

O balanço hídrico-climatológico da Bacia do Rio São Miguel utilizando o modelo de Thornthwaite-Mather, a partir de dados das estações pluviométricas do INMET, de Iguatama, Arcos e Fazenda Olhos D'água indicam a existência de dois períodos distintos: um com excedente hídrico, de novembro a abril, e outro com deficiência hídrica, de maio a setembro, com reposição no mês de outubro³.

Alterações expressivas podem surgir nas condições de escoamento de um curso d'água em decorrência de captações realizadas ao longo do curso, construção de barragens ou mudanças expressivas nas condições de ocupação da bacia hidrográfica. Entender a dinâmica temporal da disponibilidade de água é de fundamental importância para planejar o uso e ocupação do solo, irrigar novas áreas e prover a zona urbana com abastecimento de água urbano⁴.

O resultado de vazão máxima diária anual é de grande importância para a execução de diferentes projetos, como dimensionamento do volume de

reservatórios, planejamento dos recursos hídricos, estimativas de vazões de cheias, entre outros. Além de estimar variáveis ou parâmetros hidrológicos em locais sem dados, a regionalização hidrológica pode ser utilizada para melhor explorar as amostras pontuais e, com isso, melhorar as estimativas das variáveis; verificar a consistência das séries hidrológicas; identificar a falta de postos de observação e séries históricas⁵.

Já as vazões mínimas são utilizadas para a avaliação das disponibilidades hídricas em bacias hidrográficas e comportamento do escoamento subterrâneo⁶. Em algumas situações, vazões mínimas são também fixadas para atender atividades de recreação⁷. Além disso, as vazões mínimas para os períodos críticos de oferta d'água são importantes para o planejamento do abastecimento de água urbano, operação de pequenas centrais hidroelétricas, estudos de avaliação da qualidade das águas e apoio à instrução de processos de outorga⁸.

Diante da grande importância da água disponível no Rio São Miguel, visto que é consumida pela população, principalmente dos municípios de Pains e Arcos, em Minas Gerais, e utilizada nas indústrias e comércios, além de abastecer várias áreas rurais, faz-se necessário um estudo hidrológico com o objetivo de analisar e computar dados referentes às alterações nas vazões nessa bacia.

Assim, objetivou-se com a realização deste trabalho, avaliar o comportamento da vazão do Rio São Miguel, pelo uso de séries históricas provenientes de dados de monitoramento realizado no município de Arcos - MG, elaborando a série histórica de vazões mínimas diárias anuais e vazões máximas diárias anuais, identificando a distribuição estatística que melhor descreva cada uma das séries históricas trabalhadas.

Metodologia

Obtenção dos dados de vazão do Rio São Miguel

Os dados referentes às vazões do Rio São Miguel foram obtidos no serviço web Hidroweb, gerido pela Agência Nacional das Águas (ANA). Os dados foram adquiridos em $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ da estação fluviométrica código 40053000, localizada na latitude $20^{\circ}14'13'' \text{ S}$ e longitude $45^{\circ}39'38'' \text{ W}$, datum WGS 84, a uma altitude de 607 m. A área de drenagem do corpo d'água é de 296 km^2 , segundo as informações do serviço web supracitado. Os dados avaliados contemplaram os anos civis entre 1968 a 2014, com exceção de três anos, devido aos dados de vazões estarem incompletos nestes.

Os dados brutos foram trabalhados a fim de obter as séries de vazões máximas diárias anuais e vazões mínimas diárias anuais. As frequências observadas das vazões foram obtidas pela fórmula de Weibull (Equação 1).

$$f_{\text{obs}} = \frac{i}{N+1} \quad (1)$$

Em que:

i – posição que o dado ocupa dentro da série histórica;

N – tamanho da série histórica.

Os dados que compuseram as séries de vazão mínima diária anual foram ordenados de modo crescente, obtendo-se assim a frequência de não excedência destes. Já os dados de vazão máxima diária anual foram ordenados de maneira decrescente, obtendo-se a frequência de excedência.

Distribuições de probabilidade contínuas ajustadas à série temporal estudada

Foram ajustadas as Funções Cumulativas de Probabilidade modelos log-Normal 2 parâmetros, log-Normal 3 parâmetros, Gumbel para Máximos, Gama, Frechét para vazão máxima diária anual e log-Normal 2 parâmetros, log-Normal 3 parâmetros, Gumbel para mínimos, Weibull e Gama para vazão mínima diária anual.

A distribuição log-Normal 2 parâmetros é descrita pela Função Densidade de Probabilidade (FDP), como apresentado na Equação 2⁹.

$$f(x) = \frac{1}{X \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5 \left(\frac{\ln(x) - \mu_n}{\sigma_n} \right)^2} \quad (2)$$

Em que μ_n e σ_n são os parâmetros da distribuição correspondendo à média e ao desvio padrão dos logaritmos dos dados e x , a variável hidrológica estudada. A equação base para estudos

hidrológicos, utilizando a distribuição log-Normal 2 parâmetros, é adaptada da equação geral de Ven Te Chow¹⁰, conforme a (Equação 3).

$$X_{TR} = e^{\mu_n + \sigma_n \cdot K_{TR}} \quad (3)$$

Em que X_{TR} é o valor da variável hidrológica associada a um tempo de retorno e K_{TR} é a variável reduzida da distribuição Normal.

A distribuição log-Normal 3 parâmetros é descrita pela Função Densidade de Probabilidade, como apresentado na Equação 4⁹.

$$f(x) = \frac{1}{(X - \beta) \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5 \left(\frac{\ln(x - \beta) - \mu_n}{\sigma_n} \right)^2}, \text{ com } X \geq \beta \quad (4)$$

Para determinar os parâmetros da distribuição log-Normal 3 parâmetros, são aplicadas as Equações 5, 6, 7, 8 e 9.

$$\varphi = \frac{[-\gamma + (\gamma^2 + 4)^{0.5}]}{2} \quad (5)$$

$$\eta\gamma = \frac{(1 - \varphi^{\frac{2}{3}})}{\varphi^{\frac{1}{3}}} \quad (6)$$

$$\beta = \bar{X} - \frac{S}{\eta\gamma} \quad (7)$$

$$\mu_n = \text{LN} \left(\frac{S}{\eta\gamma} \right) - 0.5 \cdot \text{LN}(\eta\gamma^2 + 1) \quad (8)$$

$$\sigma_n = \sqrt{\text{LN}(\eta\gamma^2 + 1)} \quad (9)$$

Em que γ é o coeficiente de assimetria, \bar{X} o coeficiente de média e S de desvio padrão dos dados da série histórica.

A equação utilizando-se a distribuição log-Normal 3 parâmetros, também é adaptada equação geral de Ven Te Chow¹⁰, como apresentado pela Equação 10.

$$X_{TR} = e^{\mu_n + \sigma_n \cdot K_{TR}} + \beta \quad (10)$$

Nesta X_{TR} é o valor da variável hidrológica, associada a um tempo de retorno, e K_{TR} é a variável reduzida da distribuição Normal.

A distribuição Weibull é aplicada a séries históricas de valores mínimos. Tem sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) representada pela Equação 11⁹.

$$f(x) = \lambda \cdot \beta \cdot x^{\beta-1} \cdot e^{-\lambda \cdot x^\beta} \quad (11)$$

Em que, λ é o parâmetro da distribuição associado à média dos dados e β à variância amostrais dos mesmos. Já sua função cumulativa de probabilidade é dada pela Equação 12.

$$P(x \leq x_i) = 1 - e^{-\lambda \cdot x_i^\beta} \quad (12)$$

O ajuste dos parâmetros λ e β são dados pelas Equações 13 e 14, respectivamente.

$$\bar{X} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (13)$$

$$S^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{2}{\beta}} \cdot \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2 \right] \quad (14)$$

O valor da variável X associada ao tempo de retorno (TR) pode ser calculado pela Equação 15.

$$X = \left[\frac{\text{Ln}\left(1 - \frac{1}{\text{TR}}\right)}{-\lambda} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (15)$$

A distribuição Gumbel para mínimos tem sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) representada pela Equação 16⁹.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \cdot e^{\left[\frac{(x-\mu)}{\alpha} - e^{-\frac{(x-\mu)}{\alpha}} \right]} \quad (16)$$

Em que α e μ são os parâmetros da distribuição. A função cumulativa de probabilidade é dada pela Equação 17.

$$P(x \leq x_i) = 1 - e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad (17)$$

Os parâmetros α e μ dados pelo método dos momentos são apresentados nas Equações 18 e 19, onde o parâmetro α é calculado a partir da média (\bar{X}) e μ a partir do desvio padrão (S) amostrais.

$$\alpha = \frac{1,2826}{S} \quad (18)$$

$$\mu = \bar{X} + 0,451 \cdot S \quad (19)$$

Para estimativa de uma variável hidrológica x em função do tempo de retorno (TR), aplica-se a Equação 20.

$$X_{\text{TR}} = \frac{\text{LN}\left[-\text{Ln}\left(1 - \frac{1}{\text{TR}}\right)\right]}{\alpha} + \mu \quad (20)$$

A distribuição Gumbel para máximos tem sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) representada pela Equação 21⁹.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \cdot e^{\left[-\frac{(x-\mu)}{\alpha} - e^{-\frac{(x-\mu)}{\alpha}} \right]} \quad (21)$$

Em que α e μ são os parâmetros da distribuição. A função cumulativa de probabilidade é dada pela Equação 22.

$$P(x \geq x_i) = 1 - e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad (22)$$

Os parâmetros α e μ dados pelo momentos são apresentados nas Equações 23 e 24, e são calculados a partir da média (\bar{X}) e desvio padrão (S) amostrais.

$$\alpha = \frac{1,2826}{S} \quad (23)$$

$$\mu = \bar{X} - 0,451 \cdot S \quad (24)$$

Para estimativa de uma variável hidrológica x em função do tempo de retorno (TR), aplica-se a Equação 25.

$$X_{\text{TR}} = \frac{-\text{LN}\left[-\text{LN}\left(1 - \frac{1}{\text{TR}}\right)\right]}{\alpha} + \mu \quad (25)$$

Já a função densidade de probabilidade da distribuição Gama 2 parâmetros é dada pela Equação 26⁹.

$$\text{FDP} = \frac{1}{\beta^v \cdot \Gamma(v)} \cdot x^{v-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (26)$$

Os parâmetros da distribuição Gama a 2 parâmetros são dados pelas Equação 27 e 28.

$$\beta = \frac{S^2}{\bar{X}} \quad (27)$$

$$v = \frac{(\bar{X})^2}{S^2} \quad (28)$$

Em que S^2 é a variância e \bar{X} a média amostral da série histórica. A distribuição exponencial de Fréchet é também conhecida como distribuição de valores extremos, é uma forma particular da distribuição de valores extremos do Tipo II⁹. No caso de valores máximos, a distribuição de Fréchet refere-se à forma assintótica limite para um conjunto de variáveis aleatórias originais, independentes e igualmente distribuídas. As funções densidade de probabilidade e cumulativa de probabilidade desta distribuição, são representadas pelas Equações 29 e 30, respectivamente.

$$FDP = f(x) = \frac{\theta}{\lambda} \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\theta+1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\theta\right] \quad (29)$$

$$P(X \geq x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\theta\right] \quad (30)$$

para $x > 0$; θ e $\lambda > 0$

Os seus momentos estatísticos podem ser determinados pelas Equações 31, 32 e 33:

$$E(x) = \bar{X} = \lambda \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{\theta}\right) \text{ para } \theta > 0 \quad (31)$$

$$\text{Var}(x) = s^2 = \lambda^2 \cdot \left[\Gamma\left(1 - \frac{2}{\theta}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\theta}\right)\right] \text{ para } \theta > 2 \quad (32)$$

$$CV = \sqrt{\frac{\Gamma\left(1 - \frac{2}{\theta}\right)}{\Gamma^2\left(1 - \frac{1}{\theta}\right)} - 1} \text{ para } \theta > 2 \quad (33)$$

TABELA 1 - Série histórica de vazão mínima diária anual, em $m^3 s^{-1}$, do Rio São Miguel, nos anos civis entre 1968 e 2014, excluindo-se três anos.

Ordem	Vazão ($m^3 s^{-1}$)	F _{nãoexc}	Ordem	Vazão ($m^3 s^{-1}$)	F _{nãoexc}	Ordem	Vazão ($m^3 s^{-1}$)	F _{nãoexc}
1	0,0177	0,022222	16	0,2676	0,355556	31	0,4853	0,688889
2	0,0318	0,044444	17	0,2692	0,377778	32	0,4853	0,711111
3	0,0458	0,066667	18	0,2711	0,400000	33	0,5261	0,733333
4	0,0746	0,088889	19	0,3017	0,422222	34	0,5297	0,755556
5	0,1068	0,111111	20	0,3478	0,444444	35	0,5297	0,777778
6	0,1175	0,133333	21	0,3478	0,466667	36	0,5681	0,800000
7	0,1228	0,155556	22	0,3711	0,488889	37	0,5681	0,822222
8	0,1228	0,177778	23	0,3711	0,511111	38	0,6898	0,844444
9	0,1228	0,200000	24	0,4078	0,533333	39	0,7442	0,866667
10	0,1506	0,222222	25	0,4078	0,555556	40	0,7486	0,888889
11	0,1555	0,244444	26	0,4078	0,577778	41	0,7486	0,911111
12	0,1868	0,266667	27	0,4098	0,600000	42	0,8023	0,933333
13	0,23	0,288889	28	0,4098	0,622222	43	1,8273	0,955556
14	0,23	0,311111	29	0,4098	0,644444	44	2,5137	0,977778
15	0,2676	0,333333	30	0,4736	0,666667			

F_{nãoexc}: Frequência de não excedência.

Através da equação 33, se alcança os parâmetros de distribuição pelo coeficiente de variação, estimando θ , e, em seguida, com a variância da série histórica, calcula-se o parâmetro λ pelo usa da Equação 32. A estimativa de um valor x , vinculado a um TR, é dada por:

$$x_{TR} = \lambda \cdot \left[\text{LN} \left(\frac{TR}{TR-1} \right) \right]^{-\frac{1}{\theta}} \quad (34)$$

Testes de aderência

Com o objetivo de testar a aderência das distribuições contínuas aos dados observados às duas séries históricas trabalhadas (vazão mínima diária anual e vazão máxima diária anual), foram efetuados os testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado nas diferentes distribuições descritas acima. Foi considerado um nível de significância de 5% de probabilidade estatística para ambos os testes.

Para se obter o modelo estatístico que melhor representa a série, adotou-se como critério aquele que fosse significativo a ambos os testes e que apresentasse o menor valor de Qui-Quadrado calculado. Se o critério supracitado não fosse atendido por nenhuma distribuição, foi adotado apenas a significância ao teste de Kolmogorov-Smirnov, observando o menor valor obtido de Qui-Quadrado.

Resultados e Discussão

A série histórica de vazão mínima diária anual do Rio São Miguel, nos anos civis entre 1968 e 2014, excluindo-se três anos, é apresentada na Tabela 1.

O menor valor de vazão mínima diária anual registrada nessa série histórica foi de $0,0177 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, enquanto o maior foi de $2,5137 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ (Tabela 1). Na

Tabela 2, são apresentados os parâmetros de ajuste das funções avaliadas com os dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio São Miguel.

TABELA 2 - Valores obtidos dos parâmetros de ajuste das funções avaliadas com os dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio São Miguel.

log-Normal 2 parâmetros	log-Normal 3 parâmetros	Gumbel para mínimos	Gama	Weibull
$\mu_n = -1,21127$ $\sigma_n = 0,955676$	$\beta = -0,08026$ $\mu_n = -0,93353$ $\sigma_n = 0,740467$	$\alpha = 2,902095$ $\mu = 0,635783$	$\beta = 0,447069$ $v = 0,977259$	$\beta = 1,770842$ $\lambda = 1,330453$

Já os valores de $|\Delta F|$ máximo calculado e λ^2 obtidos na análise da aderência dos modelos ajustados à distribuição de probabilidades da série

histórica de vazão mínima diária anual do rio São Miguel são apresentados na Tabela 3.

TABELA 3 - Valores obtidos das estatísticas dos testes de aderência de Kolmogorov- Smirnov e Qui-Quadrado na avaliação do ajuste das funções à série histórica de vazão mínima diária anual do rio São Miguel.

Modelo	ΔF Crítico	$ \Delta F $ calculado máximo	λ^2 teórico	λ^2 Calculado
log-Normal 2 parâmetros		0,122098*		4,80959333*
log-Normal 3 parâmetros		0,101279*	5,991	3,241433439*
Gumbel para mínimos	0,202	0,261921 ^{NS}		78,72010657 ^{NS}
Gama		0,128309*		8,061672183 ^{NS}
Weibull		0,435589 ^{NS}		33,02518408 ^{NS}

* Significativo a 5% de probabilidade; NS: Não significativo.

A partir dos resultados encontrados nos testes de aderência, o modelo de Weibull e Gumbel para mínimos não se ajustaram aos dados dos dois testes, enquanto a distribuição de probabilidade Gama não se ajustou aos dados observados pelo teste de Qui-Quadrado. A análise dos valores de λ^2 indica que o modelo que apresentou melhor ajuste aos dados da série histórica foi o log-Normal 3 parâmetros.

Em um estudo sobre as vazões mínimas diárias anuais e mínimas médias de 7 dias na região do Alto Rio Grande, Minas Gerais, os autores observaram que ocorreu aderência dos dados de todas as estações fluviométricas por eles estudadas, às distribuições Log-Normal 3 Parâmetros, Weibull e Gumbel, tanto pelo teste de Kolmogorov-Smirnov quanto pelo teste de Qui-Quadrado¹¹, diferentemente do observado neste trabalho, em que os modelos Weibull e Gumbel para Mínimos não foram adequados. Porém, em ambos os casos, a distribuição Log-Normal 3 Parâmetros foi considerada adequada. O modelo Log-normal 3 parâmetros produziu ajustes de melhor qualidade às séries históricas de vazão mínima diária

anual avaliadas, a partir dos menores valores de Qui-quadrado calculado¹¹.

Em um outro trabalho sobre a vazão mínima diária anual do rio Uberaba foi observado que o modelo Gumbel para Mínimos não se adequou aos dados da série pelos testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado, enquanto o de Weibull não se adequou pelo teste do Qui-Quadrado. Adicionalmente, essa série histórica foi melhor representada pelo modelo Log-Normal 2 parâmetros¹².

Isso evidencia que para cada série de vazões estudada, deve ser realizado estudo estatístico sobre qual distribuição de frequências melhor representa os valores observados, a fim de se prever valores extremos de vazão no curso d'água.

Os dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio São Miguel e funções cumulativas de probabilidade ajustadas são mostradas na Figura 1.

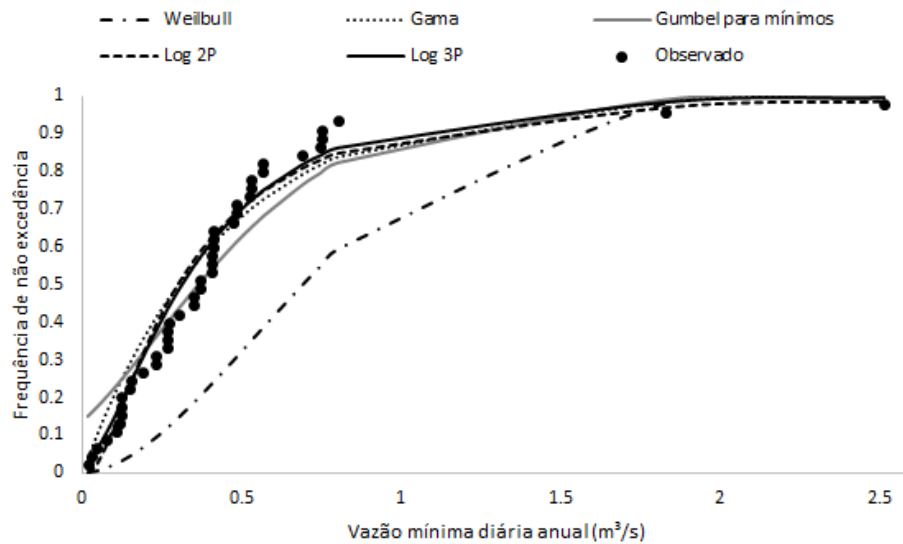


FIGURA 1 - Dados da série histórica de vazão mínima diária anual do Rio São Miguel e funções cumulativas de probabilidade dos modelos testados.

Como observado na Figura 1, não houve aderência do modelo Weibull aos dados da série histórica de vazão mínima diária anual do rio São Miguel, bem como da distribuição de probabilidade Gumbel para mínimos. Porém, percebe-se que deve proceder testes de aderência a fim de verificar a adequabilidade de uma distribuição de frequências a um conjunto de dados, já que a verificação visual é imprecisa.

A série histórica de vazão máxima diária anual, em $m^3 s^{-1}$, do Rio São Miguel, nos anos civis entre 1968 e 2014, com exceção dos anos de 1991, 1992, 2009 e 2012 pode ser vista na Tabela 4. Em relação aos dados de vazão máxima diária anual registrada nesta série histórica, o maior valor foi de $83,5514 m^3 s^{-1}$, enquanto o menor foi de $1,8657 m^3 s^{-1}$.

TABELA 4 - Série histórica de vazão máxima diária anual, em $m^3 s^{-1}$, do Rio São Miguel, nos anos civis entre 1968 e 2014, excluindo-se três anos.

Ordem	Vazão ($m^3 s^{-1}$)	F_{exc}	Ordem	Vazão ($m^3 s^{-1}$)	F_{exc}	Ordem	Vazão ($m^3 s^{-1}$)	F_{exc}
1	83,5514	0,022222	16	51,8369	0,355556	31	29,5323	0,688889
2	80,6895	0,044444	17	47,9838	0,377778	32	28,5341	0,711111
3	79,5544	0,066667	18	47,0367	0,400000	33	28,1382	0,733333
4	79,2716	0,088889	19	46,5656	0,422222	34	26,1875	0,755556
5	77,8624	0,111111	20	46,0961	0,444444	35	24,8512	0,777778
6	75,9042	0,133333	21	45,862	0,466667	36	23,9117	0,800000
7	71,4939	0,155556	22	44,2349	0,488889	37	22,808	0,822222
8	61,6514	0,177778	23	43,5438	0,511111	38	21,7085	0,844444
9	61,6514	0,200000	24	41,7195	0,533333	39	21,5282	0,866667
10	60,8757	0,222222	25	40,1455	0,555556	40	19,2329	0,888889
11	59,3345	0,244444	26	37,9336	0,577778	41	18,8878	0,911111
12	57,807	0,266667	27	37,2785	0,600000	42	14,2901	0,933333
13	55,792	0,288889	28	37,2785	0,622222	43	9,9563	0,955556
14	53,8019	0,311111	29	35,7655	0,644444	44	1,8657	0,977778
15	53,0621	0,333333	30	33,0138	0,666667			

Os parâmetros ajustados das distribuições aplicadas à série histórica de vazão máxima diária

anual do rio São Miguel são apresentados na Tabela 5.

TABELA 5 - Valores obtidos dos parâmetros de ajuste das funções avaliadas com os dados da série histórica de vazão máxima diária anual do Rio São Miguel.

log-Normal 2 parâmetros	log-Normal 3 parâmetros	Gumbel para máximos	Gama	Fréchet
$\mu_n = 3,626525$ $\sigma_n = 0,681106$	$\beta = -266,667$ $\mu_n = 5,736767$ $\sigma_n = 0,067078$	$\alpha = 0,061461$ $\mu = 34,70055$	$\beta = 9,877207$ $v = 4,463959$	$\sigma = 3,716211$ $\lambda = 35,22601$

Já na Tabela 6 são apresentados os valores de $|\Delta F|$ máximo calculado e λ^2 obtidos na avaliação da aderência modelos ajustados à distribuição de

probabilidades da série histórica de vazão máxima diária anual do rio São Miguel

TABELA 6 - Valores obtidos das estatísticas dos testes de aderência de Kolmogorov- Smirnov e Qui-Quadrado na avaliação do ajuste das funções à série histórica de vazão máxima diária anual (VMDA) do São Miguel.

Modelo	ΔF Crítico	$ \Delta F $ calculado máximo	λ^2 teórico	λ^2 Calculado
log-Normal 2 parâmetros		0,117473*		3,045855088*
log-Normal 3 parâmetros		0,064763*	5,991	0,252055882*
Gumbel para máximos	0,202	0,071023*		1,521768772*
Gama		0,063751*		0,991757974*
Fréchet		0,1964*		258,1566384 ^{NS}

* Significativo a 5% de probabilidade; NS: Não significativo.

De acordo com os resultados encontrados nos testes de aderência, o modelo de Fréchet não se ajustou ao teste de Qui-Quadrado. A análise dos valores de λ^2 indica que o modelo que apresentou melhor ajuste aos dados da série histórica foi o log-Normal 3 parâmetros, assim como obtido para a vazão mínima diária anual. Comparativamente, mais distribuições de probabilidade tiveram boa aderência

à série de vazão máxima diária anual do que à vazão mínima diária anual, sendo apenas o modelo de Fréchet significativo a 5% de probabilidade apenas pelo teste de Kolmogorov-Smirnov.

Os dados da série histórica de vazão máxima diária anual do Rio São Miguel e funções cumulativas de probabilidade dos modelos testados, são mostrados na Figura 2.

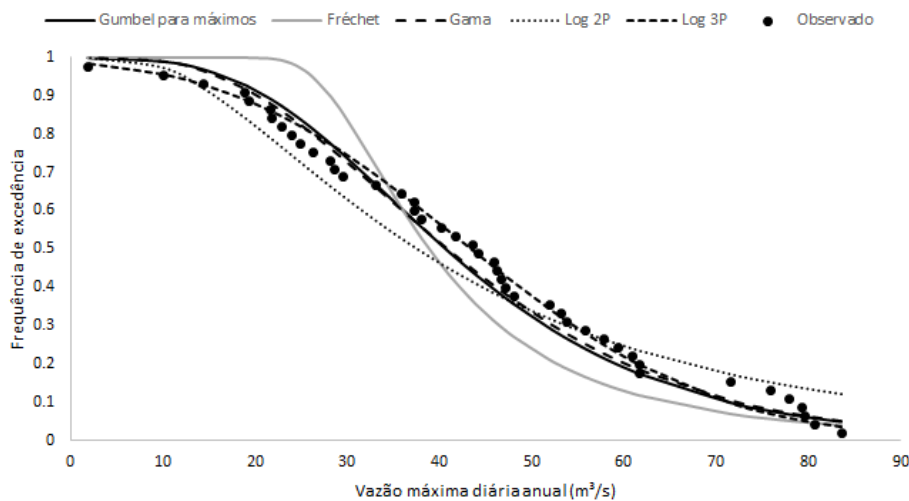


FIGURA 2 - Dados da série histórica de vazão máxima diária anual do Rio São Miguel e funções cumulativas de probabilidade dos modelos testados.

A verificação visual do comportamento das distribuições de frequência em função aos dados observados (Figura 2), corrobora com os resultados apresentados na Tabela 6, principalmente à não aderência do modelo Fréchet aos dados da série histórica de vazão máxima diária anual do rio São Miguel.

Mesmo com a distribuição de probabilidade Log-Normal 3 parâmetros tendo sido a que melhor se ajustou à série de vazão máxima diária anual do Rio São Miguel, as distribuições Log-Normal 2 parâmetros, Gama e Gumbel para Máximos também ajustaram significativamente aos dados avaliados. Em um estudo em seis estações fluviométricas da Região do Alto Rio Grande, em Minas Gerais, foi observado ajuste significativo da distribuição Gumbel para máximos aos dados de vazão máxima diária anual nos pontos avaliados, como ocorrido neste trabalho⁶.

Conclusão

Em relação à série de vazão mínima diária anual do Rio São Miguel, os modelos Weibull e Gumbel para Mínimos não se ajustaram aos dados da série pelos testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-Quadrado, enquanto o de Gama não se adequou pelo teste do Qui-Quadrado. Adicionalmente, essa série histórica foi mais bem representada pelo modelo Log-Normal 3 parâmetros. De acordo com os resultados de vazão mínima diária anual registrada nesta série histórica o menor valor de vazão foi de 0,0177 m³ s⁻¹.

Já para a série de vazão máxima diária anual, o modelo de Fréchet não se ajustou ao teste de Qui-Quadrado, já o modelo que apresentou melhor ajuste aos dados da série histórica foi o log-Normal 3 parâmetros, além deste modelo outras distribuições de probabilidade tiveram boa aderência a esta série. Levando em consideração os resultados de vazão máxima diária anual, o maior valor registrado nessa série foi de 83,5514 m³ s⁻¹.

Declaração de conflitos de interesses

Os autores do artigo afirmam que não houve nenhuma situação de conflito de interesse, tais como propostas de financiamento, emissão de pareceres, promoções ou participação em comitês consultivos ou diretivos, entre outras, que pudessem influenciar no desenvolvimento do trabalho.

Referências

- DIAS, F. S.; VELÁSQUES, L. N. M. Hidrogeologia da Bacia do Rio São Miguel, municípios de Pains e Arcos – MG. In: Congresso Brasileiro de Águas Subterrâneas. 12. 2002. **Anais...** Florianópolis: Associação Brasileira de Águas Subterrâneas.
- IGAM - Portal Comitês de Bacia - MG. **Bacia Hidrográfica do Alto São Francisco – SF1** Disponível em: <<http://comites.igam.mg.gov.br/comites-estaduais/bacia-do-rio-sao-francisco/sf1-cbh-afl-alto-s-francisco/1084-conheca-a-bacia>> Acesso em: 09 de março de 2016.
- MENEGASSE, L. N.; GONÇALVES, J. M.; FANTINEL, L. M. Avaliação das disponibilidades hídricas da província cárstica de Arcos-Pains-Doresópolis, Alto São Francisco, Minas Gerais, Brasil. In: Congresso Brasileiro de Águas Subterrâneas. 11. 2000, Olinda **Anais...** Olinda: Associação Brasileira de Águas Subterrâneas.
- PEREIRA, S. B. et al. Análise do comportamento hidrológico no rio Verde Grande. **Engenharia na Agricultura**, Viçosa, v.13, n.1, p.55-60, 2005.
- PERALTA, A. S. **Análise de regionalização de vazão máxima para pequenas Bacias Hidrográficas**. 2003. 141p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.
- MELLO, C. R.; VIOLA, M. R.; BESKOW, S. Vazões máximas e mínimas para Bacias Hidrográficas da região do Alto Rio Grande, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.34, n.2, p.494-501, 2010.
- LANNA, A. E.; BENETTI, A. D.; COBALCHINI, M. S. Metodologias para Determinação de Vazões Ecológicas em Rios. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.8 n.2, p.149–160, 2003.
- SILVEIRA, A. L. L.; SILVEIRA, G. L. **Vazões mínimas**. In: PAIVA, J. B. D.; PAIVA, E. M. C. D. Hidrologia aplicada à gestão de pequenas bacias hidrográficas. Porto Alegre: ABRH, 2001, p.125-163.
- MELLO, C. R.; SILVA, A. M. **Hidrologia: princípios e aplicações em sistemas agrícolas**. 1.ed. Lavras: Editora UFLA, 455p., 2013
- HAAN, C. T. **Statistical methods in hydrology**. Ames: The Iowa State University, 1979.
- SILVA, A. M. et al. Vazões mínimas e de referência para outorga na região do Alto Rio Grande, Minas Gerais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.10, n.2, p.374–380, 2006
- THEBALDI, M. S. Análise estatística da precipitação máxima diária anual da cidade de Uberaba e vazão mínima diária anual do Rio Uberaba. **Agrogeoambiental**, v.4, n.3, p.1-10, 2012.